

## Quantitative Probleme lösen

### Aufgabe 1

2.600 Flaschen enthalten 650 Liter Limonade. Also enthält eine Flasche 650 Liter : 2.600 = 0,25 Liter Limonade.

5.000 Flaschen enthalten 5.000 mal so viel Limonade wie eine Flasche, also 5.000 Flaschen x 0,25 Liter pro Flasche = 1.250 Liter Limonade.

**C ist also die richtige Lösung.**

### Aufgabe 2

Schritt 1: Wie viele Stunden zu 25 Euro pro Stunde hat die Frau in den vier Wochen gearbeitet? 8 Stunden pro Tag x 5 Tage pro Woche x 4 Wochen = 160 Stunden.

Schritt 2: Wie viel hat sie in den 160 Stunden verdient? 160 Stunden x 25 Euro = 4.000 Euro.

Schritt 3: Für wie viel Geld hat sie zusätzlich gearbeitet? Insgesamt hat sie 4.600 Euro verdient. 4.000 Euro hat sie durch die normale Arbeit verdient. Sie hat daher zusätzlich verdient: 4.600 Euro - 4.000 Euro = 600 Euro.

Schritt 4: Wie viele Stunden hat sie dafür gearbeitet? Für Stunden, die sie länger arbeitet, erhält sie 30 Euro pro Stunde. Sie hat 600 Euro erhalten, also hat sie zusätzlich gearbeitet: 600 Euro : 30 Euro pro Stunde = 20 Stunden.

Schritt 5: Wie viele Stunden hat die Frau also insgesamt gearbeitet? 160 Stunden zu 25 Euro pro Stunde + 20 Stunden zu 30 Euro pro Stunde = 180 Stunden.

**B ist also die richtige Lösung.**

### Aufgabe 3

Das Verhältnis Breite : Höhe soll gleich bleiben.

Schritt 1: Wie ist das Verhältnis Breite : Höhe bei dem Foto, das Corinna schon hat? Es beträgt 9 cm : 6 cm, also 3 : 2.

Schritt 2: Nun wird die Breite von 9 auf 15 cm vergrößert. Das Verhältnis Breite : Höhe soll noch immer 3 : 2 sein. Wie hoch (x) muss das Foto also sein?

$$15 : x = 3 : 2$$

$$x = (15 : 3) \cdot 2$$

$$x = 10$$

Das Foto wird also 10 cm hoch sein.

**B ist daher die richtige Lösung.**

### Aufgabe 4

Schritt 1: Wie alt sind Dora, Hanna, Emil, Franka und Gustav zusammen? Im Durchschnitt sind sie 10 Jahre alt. Also sind sie zusammen 10 Jahre x 5 Personen = 50 Jahre alt.

Schritt 2: Wie alt ist Hanna? Hanna ist 50 minus Alter von Dora minus Alter von Emil minus Alter von Franka minus Alter von Gustav. Wir kennen das Alter von Emil, Franka und Gustav. Das Alter von Dora rechnen wir aus. Also:

Schritt 3: Wie alt ist Dora? Dora, Anton, Berta und Carl sind im Durchschnitt 5 Jahre alt. Zusammen sind sie also 5 Jahre x 4 Kinder = 20 Jahre alt. Dora ist 20 Jahre minus Alter von Anton minus Alter von Berta minus Alter von Carl alt, also 20 - 2 - 6 - 7 = 5 Jahre alt.

Schritt 4: Wie alt ist Hanna? Hanna ist 50 - 5 - 18 - 6 - 1 = 20 Jahre alt.

**D ist also die richtige Lösung.**

### Aufgabe 5

Die Anzahl der Personen, die nur in einem Sportclub sind, kann man errechnen, indem man von der Gesamtzahl der Personen (x) die Anzahl der Personen abzieht, die in beiden Vereinen sind.

n sei die Anzahl Personen, die in beiden Sportclubs sind. m sei die Anzahl Personen, die nur in einem Sportclub sind. x ist die Gesamtzahl der Personen.

Schritt 1: Wie groß ist die Anzahl der Personen, die nur in einem Sportclub Mitglied sind?  $m = x - n$  (Gesamtzahl der Personen minus Zahl der Personen, die in beiden Sportclubs Mitglied sind). Um m zu bekommen, müssen wir also wissen, wie groß n ist.

Schritt 2: Wie groß ist die Anzahl der Personen, die in beiden Sportclubs Mitglied sind, also n? Wenn niemand in beiden Sportclubs Mitglied wäre, dann wäre  $n = 0$  und  $x = a + b$ . Weil n Personen in beiden Vereinen sind, gilt  $x + n = a + b$ ; auflösen nach n:  $n = a + b - x$ .

Schritt 3: Wie groß ist nun die Anzahl der Personen, die in nur einem Sportclub Mitglied sind, also m?  $m = x - n$  (siehe oben). Für n wird  $a + b - x$  eingesetzt. Daher ist  $m = x - (a + b - x)$ ; umformen:  $m = x - (a + b) + x$ ;  $m = 2x - (a + b)$ .

**D ist daher die richtige Lösung.**

### Aufgabe 6

Schritt 1: Wie viel Orangensaft füllt Maria in die Flaschen Y und Z zusammen? In Flasche X sind noch 0,6 l, also füllt Maria insgesamt 1 l - 0,6 l = 0,4 l in die Flaschen Y und Z.

Schritt 2: Wie viel Orangensaft ist in Flasche Y? Flasche Y ist halb so groß wie Flasche X, hat also ein Volumen von 0,5 l. Sie ist zu 1/5 mit Orangensaft gefüllt, enthält also 0,5 l / 5 = 0,1 l Orangensaft.

Schritt 3: Wie viel Orangensaft ist in Flasche Z? 0,4 l - 0,1 l in Flasche Y = 0,3 l.

Schritt 4: Welches Volumen hat Flasche Z? Sie ist zur Hälfte mit Orangensaft gefüllt, das sind 0,3 l. Also ist ihr Volumen 0,3 l x 2 = 0,6 l. Flasche Z ist voll, enthält also 0,6 l Flüssigkeit.

**D ist daher die richtige Lösung.**

## Beziehungen erschließen

### Aufgabe 1

#### Hier ist die Lösung B.

Zwischen „Hammer“ und „Werkzeug“ besteht eine analoge (das heißt eine ähnliche oder gleiche) Beziehung wie zwischen „Birne“ und „Frucht“: Ein Hammer ist ein Werkzeug und eine Birne ist eine Frucht. „Werkzeug“ und „Frucht“ sind hier die Oberbegriffe, Hammer und Birne die Unterbegriffe.

In (A) und (C) bestehen andere Beziehungen zwischen den Wörtern („... ist ein Teil von ...“ und „... ist Nahrung für ...“).

Zu (D): „Tier“ und „Elefant“ sind zwar ein Oberbegriff und ein Unterbegriff. Beim vorgegebenen Beispiel (Birne : Frucht) steht jedoch der Oberbegriff an zweiter Stelle, bei (D) steht der Oberbegriff an erster Stelle. Damit sind die Beziehungen zwischen den beiden Begriffspaaren nicht analog.

### Aufgabe 2

#### Hier ist die Lösung C.

Zwischen „schneiden“ und „Messer“ besteht die gleiche Beziehung wie zwischen „spielen“ und „Ball“: Mit einem Messer kann man schneiden, mit einem Ball kann man spielen. Es handelt sich in beiden Fällen um Funktionen eines Gegenstandes.

Bei (A), (B) und (D) lassen sich keine vergleichbaren Beziehungen zwischen den Wortpaaren finden. Bei (D), zum Beispiel, ist „werfen“ eine Tätigkeit, die man mit einem Ball machen kann, aber „Blut“ keine Tätigkeit, sondern etwas, was auftritt, wenn man sich mit einem Messer schneidet (= Resultat).

### Aufgabe 3

#### Hier ist die Lösung D.

Nur wenn Sie (D) wählen, ergeben sich auf der linken und rechten Seite des „=“ analoge Beziehungen: Hitze ist eine Steigerung von Wärme, und Sturm ist eine Steigerung von Wind.

Bei (A), (B) und (C) ergeben sich keine analogen Beziehungen auf beiden Seiten des „=“.

### Aufgabe 4

#### Hier ist B die richtige Lösung.

Nur bei (B) ergeben sich auf der linken und rechten Seite des „=“ analoge Beziehungen: „dick“ ist das Gegenteil von „dünn“, und „traurig“ ist das Gegenteil von „fröhlich“.

Bei (A), (C) und (D) ergeben sich keine analogen Beziehungen auf beiden Seiten des „=“. Es handelt sich in keinem der Fälle um Gegensätze.

### Aufgabe 5

#### Hier ist C die richtige Lösung.

Nur bei (C) stehen links und rechts des „=“ Wortpaare, deren Beziehung zueinander die gleiche ist: Beide Wortpaare sind jeweils Synonyme, d. h. sie haben die gleiche Bedeutung. So ist „Unterschied“ ein anderes Wort für „Differenz“, und das Wort „Aktion“ kann man durch das Wort „Maßnahme“ ersetzen.

Bei (A), (B) und (D) ergeben sich keine analogen Beziehungen zwischen den Wortpaaren.

### Aufgabe 6

#### Hier ist A die richtige Lösung.

Nur wenn Sie „gezielt“ und „ungeplant“ in die Lücken einsetzen, entstehen zwei Wortpaare, die in einer analogen Beziehung zueinander stehen: Beide Wortpaare sind jeweils Synonyme, d. h. sie haben die gleiche Bedeutung. So bedeutet „absichtlich“ das Gleiche wie „gezielt“, und „zufällig“ bedeutet das Gleiche wie „ungeplant“.

Bei (B), (C) und (D) ergeben sich keine analogen Beziehungen zwischen den Wortpaaren.

## Muster ergänzen

### Aufgabe 1

Die Regel gilt hier von links nach rechts. Der Pfeil wird vom ersten zum zweiten Feld um 45° nach rechts (im Uhrzeigersinn) gedreht. Das gleiche gilt vom zweiten zum dritten Feld. An der Stelle des Fragezeichens muss also ein Pfeil stehen, der nach unten zeigt.

**Die richtige Lösung ist also A.**

### Aufgabe 2

Die Regel gilt hier waagrecht und senkrecht (von links nach rechts und von oben nach unten). Die Figuren aus Feld 1 und Feld 2 addieren sich in Feld 3. In Feld 3 sind also die Figuren aus Feld 1 und Feld 2 zusammen.

**Die richtige Lösung ist also A.**

### Aufgabe 3

Die Regel gilt von links nach rechts und von oben nach unten. In jeder Zeile und Spalte steht ein Quadrat, ein Dreieck und ein Kreis. Die Farben sind abwechselnd schwarz und weiß.

#### Lösungsweg:

1. Die Formen: In der unteren Zeile befinden sich ein Kreis und ein Quadrat. Es fehlt also ein Dreieck.
2. Die Farben: Der Kreis ist schwarz, das Quadrat ist weiß. Die Farbe des Dreiecks ist daher schwarz.

**Die richtige Lösung ist also E.**

### Aufgabe 4

Die Regel gilt hier senkrecht. Betrachten Sie zuerst alle Linien einzeln. In Zeile 3, Feld 1 sind alle Linien aus Zeile 1, Feld 1 und alle Linien aus Zeile 2, Feld 1. Die Linien addieren sich also.

**Die richtige Lösung ist also B.**

## Aufgabe 5

Hier gilt die Regel von links nach rechts und von oben nach unten. Es gelten zwei verschiedene Regeln:

I Die Pfeile: Ein Pfeil steht in Feld 3, wenn er in Feld 1 und Feld 2 **nicht** an der gleichen Position ist. Bitte schauen Sie in Zeile 1. Der Pfeil, der nach links oben zeigt, steht in Feld 1 und 2. Er steht **nicht** in Feld 3. Der Pfeil nach links unten steht nur in Feld 1, der Pfeil nach rechts unten steht nur in Feld 2. In Feld 3 steht ein Pfeil nach links unten und ein Pfeil nach rechts unten. Gleiche Pfeile löschen sich!

II Die Linien: Eine Linie erscheint in Feld 3, wenn sie in Feld 1 und in Feld 2 an der **gleichen** Position ist. Bitte schauen Sie in Zeile 1. In Feld 1 zeigt eine Linie nach rechts. In Feld 2 zeigt eine Linie nach links. In beiden Feldern zeigt eine Linie nach unten. In Feld 3 erscheint nur die Linie nach unten. Ungleiche Linien löschen sich!

### Lösungsweg:

1. Die Pfeile: In Zeile 3, Feld 1 und Feld 2 sind beide Pfeile an der gleichen Position, also: Löschung. In Feld 3 steht daher kein Pfeil.
2. Die Linien: Die Linien befinden sich in Zeile 3, Feld 1 und Feld 2 **nicht** an der gleichen Position, also keine Addition und keine Linien in Feld 3.

Also: Die Lösung hat keine Pfeile und keine Linien.

**Die Lösung ist deshalb B.**

## Aufgabe 6

Hier gelten drei verschiedene Regeln:

I Die Viertelkreise: Von links nach rechts: Der Viertelkreis dreht sich von Feld 1 zu Feld 2 um  $45^\circ$  im Uhrzeigersinn. Das Gleiche gilt von Feld 2 zu Feld 3. Von oben nach unten: Der Viertelkreis bewegt sich von Zeile 1 zu Zeile 2 um  $45^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn und von Zeile 2 zu Zeile 3 um  $90^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn.

II Die Linien mit Punkten: Von links nach rechts: Die Linien mit Punkten sind in allen drei Feldern an der gleichen Stelle. Von oben nach unten: Die Linien mit den Punkten drehen sich  $90^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn.

III Die Pfeile: Von oben nach unten: Von Zeile 1 zu Zeile 2 dreht sich der Pfeil um  $45^\circ$  im Uhrzeigersinn. Von links nach rechts ist keine Regel zu erkennen.

### Lösungsweg:

1. Der Viertelkreis muss links oben stehen.
2. Die Linie mit dem Punkt muss von der Mitte nach links unten zeigen.
3. Der Pfeil muss von der Mitte nach unten zeigen.

**Die richtige Lösung ist daher C.**

## Zahlenreihen fortsetzen

### Aufgabe 1

#### Lösungsweg:

Als erstes sehen Sie sich die gesamte Zahlenreihe an: Es fällt auf,

- dass alle Zahlen als letzte Ziffer eine 5 haben,
- dass die Zahlen abwechselnd größer und kleiner werden und
- dass die Differenzen zwischen den Zahlen immer größer werden.

Als nächsten Schritt sehen Sie sich jeweils zwei benachbarte Zahlen genauer an. Entwickeln Sie eine Hypothese über die mögliche Rechenoperation, mit der sich die eine Zahl aus der anderen ableiten lässt. Sie können damit an jeder beliebigen Stelle der Zahlenreihe beginnen; häufig (aber nicht immer!) ist es am leichtesten, mit den ersten beiden Zahlen zu beginnen.

Mit welcher Rechenoperation lässt sich 35 aus 25 gewinnen? Fangen Sie mit einer einfachen Möglichkeit an; hier z. B.  $+10$  (möglich wäre auch:  $+5 \times 7$  – das ist allerdings weniger einfach; diese Hypothese prüfen Sie erst, wenn Sie feststellen, dass die einfachere Hypothese nicht funktioniert).

Nun prüfen Sie die nächsten beiden Zahlen: Mit welcher Rechenoperation lässt sich 15 aus 35 gewinnen? Eine einfache Möglichkeit ist  $-20$ .

Prüfung des dritten Zahlenpaares: Mit welcher Rechenoperation lässt sich 45 aus 15 gewinnen? Eine einfache Möglichkeit ist  $+30$ .

Bei vielen Aufgaben können Sie schon nach Prüfung von drei Zahlenpaaren eine Annahme über die Regel entwickeln, nach der die Zahlenreihe aufgebaut ist.

Bei dieser Beispielaufgabe haben Sie nun Hypothesen über die ersten drei Rechenoperationen:  $+10$ ,  $-20$ ,  $+30$ .

Eine mögliche Annahme über die Regel lautet: Es wird abwechselnd addiert und subtrahiert, und zwar jeweils eine um 10 größere Zahl als zuvor.

Die nächsten Rechenoperationen wären dann also  $-40$ ,  $+50$ ,  $-60$ ,  $+70$  etc.

Nun prüfen Sie Ihre Annahme:  $45 - 40 = 5$ ;  $5 + 50 = 55$ .

Die Zahlenreihe lässt sich also mit der gefundenen Regel aufbauen. Nun müssen Sie die Regel noch einmal auf die letzte Zahl anwenden:  $55 - 60 = -5$ .

**Die Zahl, die an der Stelle des Fragezeichens (?) stehen muss, ist also -5.**

**Auf Ihrem Antwortbogen müssen Sie das „-“ und die „5“ markieren.**

### Aufgabe 2

#### Kurzbeschreibung des Lösungswegs:

Die Zahlenreihe entsteht durch folgende Rechenoperationen:

$\cdot 10 - 30 \cdot 10 - 30 \cdot 10 - 30$ .

$5 \cdot 10 = 50$   $50 - 30 = 20$   $20 \cdot 10 = 200$   $200 - 30 = 170$   
 $170 \cdot 10 = 1700$ .

**Die Zahl, die an der Stelle des Fragezeichens (?) stehen muss, ist also  $1700 - 30 = 1670$ .**

**Auf Ihrem Antwortbogen müssen Sie die „0“, die „1“, die „6“ und die „7“ markieren.**

## Aufgabe 3

### Lösungsweg:

Beim ersten Betrachten der Zahlenreihe fällt auf,

- dass die Zahlen immer größer werden
- und zwar in unterschiedlich großen Schritten
- und dass keine Zahl ein Vielfaches der vorherigen Zahl ist.

Aufgrund dieser ersten Betrachtung können Sie bereits Annahmen über die Regel treffen: Es werden jeweils unterschiedliche Zahlen addiert. Nun finden Sie heraus, welche Zahlen jeweils addiert werden. Sie können an beliebiger Stelle beginnen – wir beginnen mit dem ersten Zahlenpaar:

Von 60 auf 66 kommt man durch +6.

Von 66 auf 96 kommt man durch +30.

Von 96 auf 100 kommt man durch +4.

Von 100 auf 120 kommt man durch +20.

Von 120 auf 122 kommt man durch +2.

Nun können Sie eine Regelmäßigkeit erkennen: Die erste, dritte und fünfte addierte Zahl (6, 4 und 2) sowie die zweite und vierte (30 und 20) sind leichter in Zusammenhang zu bringen als die jeweils aufeinander folgenden addierten Zahlen, nämlich durch Subtraktion von jeweils 2 bzw. 10.

Zusätzlich fällt Ihnen vielleicht auf, dass die jeweils größere addierte Zahl sich aus der vorherigen kleineren durch Multiplikation mit 5 ergibt:  $6 \cdot 5 = 30$  und  $4 \cdot 5 = 20$ .

Damit haben Sie nun zwei Möglichkeiten, um auf die letzte zu addierende Zahl zu kommen:

$$20 - 10 = 10.$$

$$2 \cdot 5 = 10.$$

Sie müssen nun die gefundene Regel auf die letzte Zahl der Zahlenreihe anwenden, also zur letzten Zahl 10 addieren:

$$122 + 10 = 132.$$

**Die Zahl, die an der Stelle des Fragezeichens (?) stehen muss, ist also 132.**

**Auf Ihrem Antwortbogen müssen Sie die „1“, die „2“ und die „3“ markieren.**

## Aufgabe 4

### Kurzbeschreibung des Lösungswegs:

Die Zahlenreihe entsteht durch folgende Rechenoperationen:

$$+4 \quad +10 \quad \cdot 4 \quad \cdot 10 \quad +4 \quad +10.$$

$$2 + 4 = 6 \quad 6 + 10 = 16 \quad 16 \cdot 4 = 64 \quad 64 \cdot 10 = 640$$

$$640 + 4 = 644.$$

**Die Zahl, die an der Stelle des Fragezeichens (?) stehen muss, ist also  $644 + 10 = 654$ .**

**Auf Ihrem Antwortbogen müssen Sie also die „4“, die „5“ und die „6“ markieren.**

## Aufgabe 5

### Lösungsweg:

Auf den ersten Blick fällt bei dieser Aufgabe nur auf,

- dass sie kleiner werden, dann größer werden und dann wieder kleiner werden.

Bei dieser Aufgabe ist es vermutlich leichter, nicht mit den ersten beiden Zahlen der Reihe zu beginnen, sondern mit der 1, die an dritter Stelle steht.

Mit welcher Rechenoperation kommen Sie von 32 auf 1?

Zwei einfache Möglichkeiten sind:  $-31$  und  $\div 32$ . Am besten notieren Sie sich beide Möglichkeiten.

Mit welcher Rechenoperation kommen Sie von 1 auf 16? Hier sind zwei einfache Möglichkeiten:  $+15$  und  $\cdot 16$ .

Bevor Sie sich das dritte Zahlenpaar ansehen, sollten Sie entscheiden, welche Rechenoperation eher zu der gesuchten Regel gehört. Wie lässt sich 31 bzw. 32 mit 15 bzw. 16 in Beziehung bringen? Die einfachste Beziehung besteht zwischen 32 und 16 ( $32 \div 2 = 16$ ). Die Wahrscheinlichkeit, dass „ $\div 32$ “ und „ $\cdot 16$ “ zur Regel gehören, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, dass „ $-31$ “ und „ $+15$ “ dazu gehören.

Mit dieser Annahme prüfen Sie nun ein nächstes Zahlenpaar. Wählen Sie ein Zahlenpaar aus, bei dem Sie möglichst schnell eine wahrscheinliche Rechenoperation erkennen können. Das könnte z. B. das Paar 128 und 32 sein. Mit welcher Rechenoperation kommen Sie von 128 auf 32? Eine einfache Möglichkeit ist  $\div 4$  (die wahrscheinlich besser zu Ihren Hypothesen  $\div 32$  und  $\cdot 16$  passt als die Möglichkeit  $-96$ ).

Nun ist die Prüfung des vorherigen Zahlenpaares sicherlich leichter geworden. Mit welcher Rechenoperation kommen Sie von 16 auf 128? Eine einfache Möglichkeit ist  $\cdot 8$  (das passt besser als die andere einfache Möglichkeit  $+112$ ).

Sie haben mittlerweile folgende Hypothesen:

$$\underline{\quad}, \quad \div 32, \quad \cdot 16, \quad \cdot 8, \quad \div 4, \quad \underline{\quad}$$

Sie sehen, dass jede Zahl die Hälfte der vorherigen Zahl ist. Dies erste Rechenoperation, die Sie noch nicht kennen, könnte also eine 64 enthalten. Sehen Sie sich das erste Zahlenpaar an. Sie kommen von 2048 auf 32, wenn Sie die Rechenoperation „ $\div 64$ “ verwenden. Wenn Sie noch viel Zeit haben, rechnen Sie nach. Wenn Ihre Arbeitszeit bereits knapp ist, genügt eine grobe Schätzung.

Nun sehen Sie, dass in der Regel auf zwei Divisionen zwei Multiplikationen und wieder eine Division folgen; eine systematische Regel wird daraus, wenn die letzte Rechenoperation auch eine Division ist. Die Zahl der letzten Rechenoperation ist die Hälfte der vorherigen, also eine 2.

Nun wenden Sie die Regel auf die letzte Zahl in der Reihe an:  $32 \div 2 = 16$ .

**Die Zahl, die an der Stelle des Fragezeichens (?) stehen muss, ist also 16.**

**Auf Ihrem Antwortbogen müssen Sie die „1“ und die „6“ markieren.**

## Aufgabe 6

### Kurzbeschreibung des Lösungswegs:

Die Zahlenreihe entsteht durch folgende Rechenoperationen:  $+12 \quad -18 \quad +24 \quad -30 \quad +36 \quad -42$ .

Es wird also abwechselnd addiert (+) und subtrahiert (-). Alle Zahlen, die addiert oder subtrahiert werden, sind Vielfache der Zahl 6:

$$2 \cdot 6 = 12 \quad 3 \cdot 6 = 18 \quad 4 \cdot 6 = 24 \quad 5 \cdot 6 = 30 \quad 6 \cdot 6 = 36$$

$$7 \cdot 6 = 42.$$

Die Rechenoperationen ergeben:

$$6 + 12 = 18 \quad 18 - 18 = 0 \quad 0 + 24 = 24 \quad 24 - 30 = (-6)$$

$$(-6) + 36 = 30.$$

**Die Zahl, die an der Stelle des Fragezeichens (?) stehen muss, ist also  $30 - 42 = (-12)$ .**

**Auf Ihrem Antwortbogen müssen Sie also das „-“, die „1“ und die „2“ markieren.**